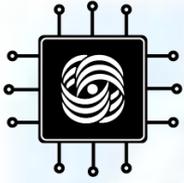


НАДЁЖНОСТЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Лекция 9:

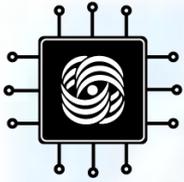
Тестирование белого и чёрного ящиков. Тестовое покрытие

ВМиК МГУ им. М.В. Ломоносова,
Кафедра АСВК, Лаборатория Вычислительных Комплексов
к.ф.-м.н., доцент Волканов Д.Ю.



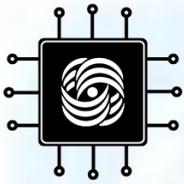
План лекции

- Модель “белого (прозрачного) ящика”
- Модель “чёрного ящика”
- Методы покрытия тестов



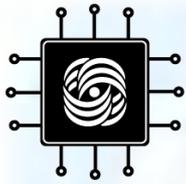
Введение

- Модель программы в виде "белого ящика" предполагает знание исходного текста программы или спецификации программы в виде потокового графа управления.
- Структурная информация понятна и доступна разработчикам подсистем и модулей приложения, поэтому данный вид тестирования часто используется на этапах модульного и интеграционного тестирования (Unit testing, Integration testing).
- Структурные критерии тестирования базируются на основных элементах управляющего графа программы - операторах, ветвях и путях.



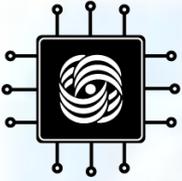
Управляющий граф программы

- **Управляющий граф программы (УГП)** отображает поток управления программы. Это граф $G(V, A)$, где $V(V_1, \dots, V_m)$ – множество вершин (операторов), $A(A_1, \dots, A_n)$ – множество дуг (управлений), соединяющих вершины.
- **Путь** – последовательность вершин и дуг УГП, в которой любая дуга выходит из вершины V_i и приходит в вершину V_j
- **Ветвь** – путь (V_1, V_2, \dots, V_k) , где V_1 - либо первый, либо условный оператор, V_k - либо условный оператор, либо оператор выхода из программы, а все остальные операторы – безусловные.
- Число путей в программе может быть не ограничено (пути, различающиеся хотя бы числом проходов цикла – разные). Ветви - линейные участки программы, их конечное число.
- Существуют реализуемые и нереализуемые пути в программе, в нереализуемые пути в обычных условиях попасть нельзя.



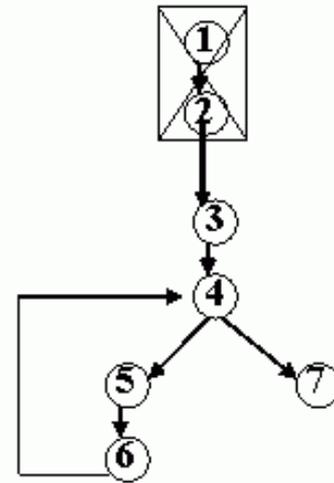
Реализуемые и нереализуемые пути

```
float Calc(float x, float y) {  
    float H;  
    1 if (x*x+y*y+2<=0)  
    2 H = 17;  
    3 else H = 64;  
    4 return H*H+x*x; }
```



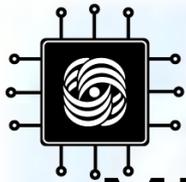
Пример

```
/* Функция вычисляет неотрицательную
   степень n числа x */
1 double Power(double x, int n){
2   double z=1; int i;
3   for ( i = 1;
4     i <= n;
5     i++ )
6     { z = z*x; } /* Возврат в п.4 */
7   return z;
   }
```



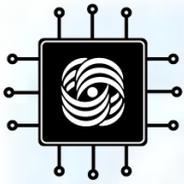
Управляющий граф программы

примеры путей: (3,4,7), (3,4,5,6,4,5,6), (3,4), (3,4,5,6)
примеры ветвей: (3,4) (4,5,6,4) (4,7)



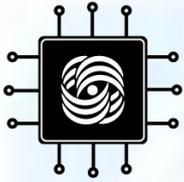
Примеры необозримого множества входных значений

1. Если программа $P(x:\text{int}, y:\text{int})$ реализована в машине с 64-разрядными словами, то мощность множества тестов $|(X, Y)| = 2^{64}$ (для перебора при 1ГГц потребуется $\sim 3\text{К}$ лет)
2. Программа управления схватом робота, где интервал между моментами срабатывания схвата не определен (пример требует прогона бесконечного множества последовательностей входных значений).



Основные проблемы тестирования

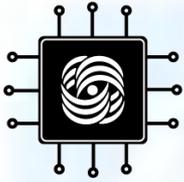
- *Тестирование* программы на всех входных значениях невозможно.
- Невозможно *тестирование* и на всех путях.
- Следовательно, надо отбирать конечный *набор тестов*, позволяющий проверить программу **на основе интуитивных представлений**
- **Требование к тестам** - программа на любом из них должна останавливаться, т.е. не зацикливаться. В теории алгоритмов доказано, что не существует общего метода для решения этого вопроса, а также вопроса, достигнет ли программа на данном тесте заранее фиксированного оператора.
- Задача о *выборе конечного набора тестов* (X, Y) для проверки программы в общем случае неразрешима.



Требования к идеальному критерию тестирования

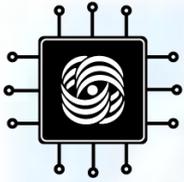
- **Критерий должен быть достаточным**, т.е. показывать, когда некоторое конечное множество тестов достаточно для тестирования данной программы.
- **Критерий должен быть полным**, т.е. в случае ошибки должен существовать тест из множества тестов, удовлетворяющих критерию, который раскрывает ошибку.
- **Критерий должен быть надежным**, т.е. любые два множества тестов, удовлетворяющих ему, одновременно должны обнаруживать или не обнаруживать ошибки программы
- **Критерий должен быть легко проверяемым**, например вычисляемым на тестах

Для нетривиальных классов программ в общем случае **не существует полного и надежного критерия**, зависящего от программ или спецификаций.



Классы критериев

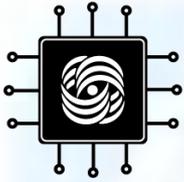
- *Структурные критерии* используют информацию о структуре программы (критерии "белого ящика")
- *Функциональные критерии* формулируются в описании требований к программному изделию (критерии «черного ящика»)
- Критерии *стохастического тестирования* формулируются в терминах проверки наличия заданных свойств у тестируемого приложения средствами проверки некоторой статистической гипотезы.
- *Мутационные критерии.*



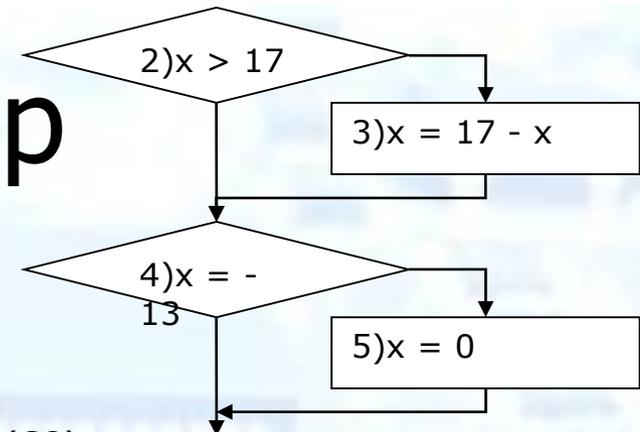
Структурные критерии

Используются на этапах модульного и интеграционного тестирования (Unit testing, Integration testing).

- **Тестирование команд** (критерий C0) - набор тестов в совокупности должен обеспечить прохождение каждой команды не менее одного раза.
- **Тестирование ветвей** (критерий C1) - набор тестов в совокупности должен обеспечить прохождение каждой ветви не менее одного раза.
- **Тестирование путей** (критерий C2) - набор тестов в совокупности должен обеспечить прохождение каждого пути не менее 1 раз. Если программа содержит цикл (в особенности с неявно заданным числом итераций), то число итераций ограничивается константой.
- **Тестирование условий** - покрытие всех булевских условий в программе. Критерии покрытия решений (ветвей - C1) и условий не заменяют друг друга, поэтому на практике используется комбинированный критерий покрытия условий/решений, совмещающий требования по покрытию и решений, и условий.



Пример



```

1 public void Method
  (ref int x) {
2   if (x > 17)
3     x = 17 - x;
4   if (x == -13)
5     x = 0;
6 }
  
```

критерий команд (C0):

(вх, вых) = {(30, 0)} - все операторы трассы 1-2-3-4-5-6

критерий ветвей (C1):

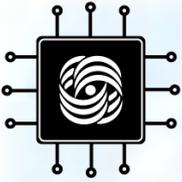
(вх, вых) = {(30, 0),
(17, 17)}

критерий путей (C2):

(вх, вых) = {(30, 0), (17, 17),
(-13, 0), (21, -4)}

Условия операторов if

	(30, 0)	(17, 17)	(-13, 0)	(21, -4)
2 if (x > 17)	>	<=	<=	>
4 if (x == -13)	=	!=	=	!=

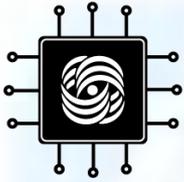


Недостаток структурных критериев

- Критерий ветвей C2 проверяет программу более тщательно, чем критерии - C1, однако даже если он удовлетворен, нет оснований утверждать, что программа реализована в соответствии со спецификацией.

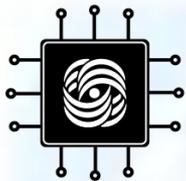
Например, если спецификация задает условие, что $|x| < 100$, невыполнимость которого можно подтвердить на тесте $(-177, -177)$.

- ***Структурные критерии не проверяют соответствие спецификации***, если оно не отражено в структуре программы. Поэтому при успешном тестировании программы по критерию C2 мы можем не заметить ошибку, связанную с невыполнением некоторых условий спецификации требований.



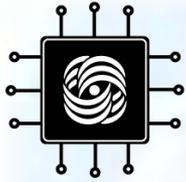
Функциональные критерии

- *Функциональный критерий* - важнейший для программной индустрии критерий тестирования. Он обеспечивает, прежде всего, контроль степени выполнения требований заказчика в программном продукте. Поскольку требования формулируются к продукту в целом, они отражают взаимодействие тестируемого приложения с окружением.
- При функциональном тестировании преимущественно используется модель "черного ящика»
- Проблема функционального тестирования - это, прежде всего, трудоемкость



Частные виды функциональных критериев

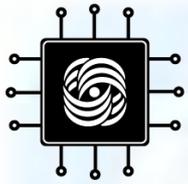
- 1. Тестирование пунктов спецификации** - набор тестов в совокупности должен обеспечить проверку каждого тестируемого пункта не менее одного раза.
- 2. Тестирование классов входных данных** - набор тестов в совокупности должен обеспечить проверку представителя каждого класса входных данных не менее одного раза.
- 3. Тестирование правил** - набор тестов в совокупности должен обеспечить проверку каждого правила, если входные и



Стохастические критерии

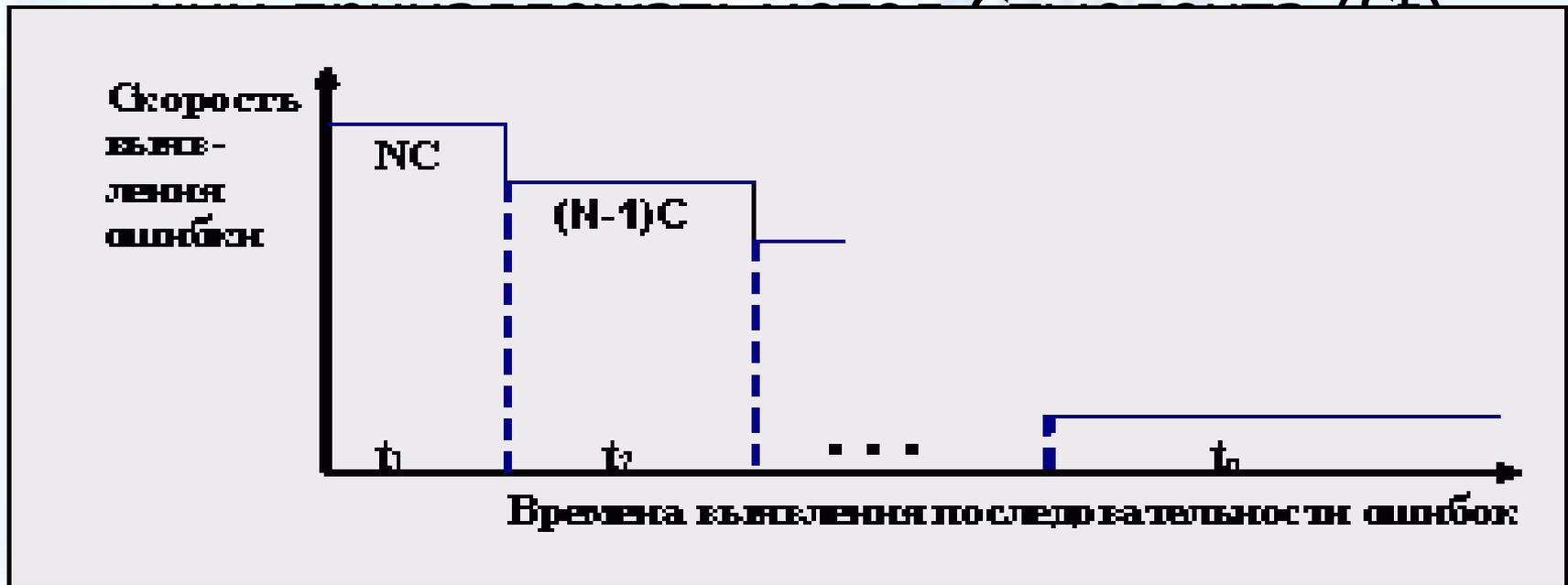
Стохастическое тестирование применяется при тестировании сложных программных комплексов. Когда набор детерминированных тестов (X, Y) имеет громадную мощность и его невозможно разработать и исполнить, можно применить следующую методику:

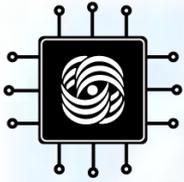
- Разработать программы-имитаторы случайных последовательностей входных сигналов $\{x\}$.
- Вычислить независимым способом значения $\{y\}$ для соответствующих входных сигналов $\{x\}$ и получить тестовый⁶ набор (X, Y)



Статистические методы окончания тестирования

- Статистические методы окончания тестирования - стохастические методы принятия решений о совпадении гипотез о распределении случайных величин. К





Мутационный критерий

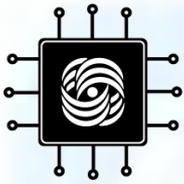
Подход базируется на следующих понятиях:

- ***Мутации*** - мелкие ошибки в программе.
- ***Мутанты*** - программы, отличающиеся друг от друга *мутациями*.

Метод мутационного тестирования

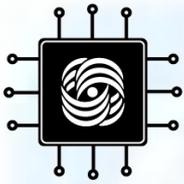
- в разрабатываемую программу P вносят *мутации*, т.е. искусственно

создают программы-мутанты P1, P2



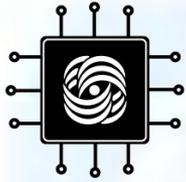
Модульное тестирование (Unit testing)

- ***Модульное тестирование*** - это тестирование программы на уровне отдельно взятых модулей, функций или классов.
- Цель *модульного тестирования* состоит в выявлении локализованных в модуле ошибок в реализации алгоритмов, а также в определении степени готовности системы к переходу на следующий уровень



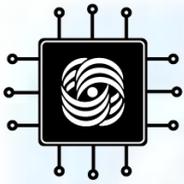
Принципы создания ТЕСТОВ

- На основе анализа ***потока управления***. В этом случае элементы, которые должны быть покрыты при прохождении тестов, определяются на основе структурных критериев тестирования C0, C1, C2. К ним относятся вершины, дуги, пути управляющего графа программы (УГП), условия, комбинации условий и т. п. К популярным критериям относятся ***критерий покрытия функций*** программы (каждая функция программы должна быть вызвана хотя бы один раз), и ***критерий*** ***покрытия вызовов*** (каждый вызов каждой



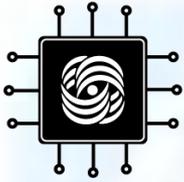
Построение набора тестов

1. Конструирование УГП
2. Выбор тестовых путей:
 - Статические методы
 - Динамические методы
 - Методы реализуемых путей
3. Генерация тестов, соответствующих тестовым путям



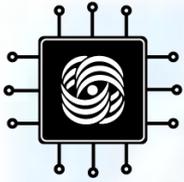
Методы построения множества тестов

- **Статические методы.** Построение каждого пути посредством постепенного его удлинения за счет добавления дуг, пока не будет достигнута выходная вершина.
Недостатки – не учитывается возможная нереализуемость построенных путей тестирования (непредсказуемый процент брака).
 - Трудоемкость (переход от покрывающего множества путей к полной системе тестов осуществляется вручную)Достоинство - сравнительно небольшое количество необходимых ресурсов



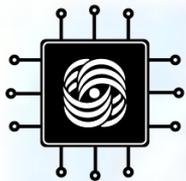
Сравнение методов

- Достоинство *статических методов* состоит в сравнительно небольшом количестве необходимых ресурсов. Однако их реализация может содержать непредсказуемый процент брака (нереализуемых путей). Кроме того, в этих системах переход от покрывающего множества путей к полной системе тестов пользователь должен осуществить вручную (трудоемко)

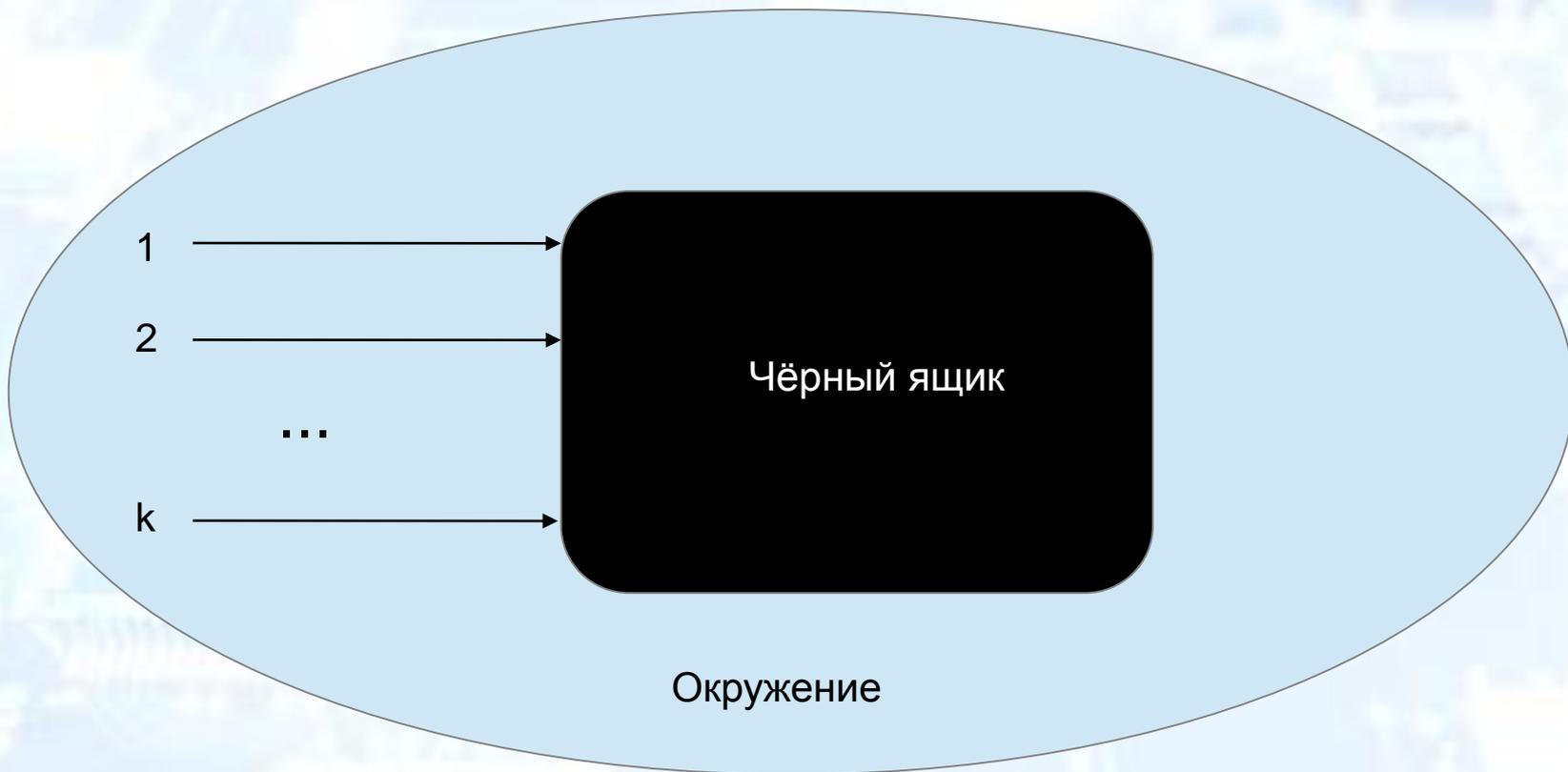


Методы отладки

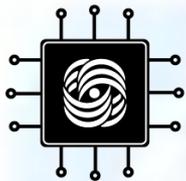
- Результат выполнения теста ничего не говорит о том, где была допущена ошибка.
- Процедура исправления ошибки заключается в анализе протокола промежуточных вычислений с помощью следующих *методов*:
 - "Выполнение программы в уме" (deskchecking).
 - Вставка операторов протоколирования промежуточных результатов (logging).



Предметная область

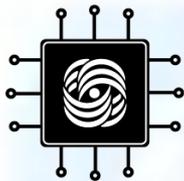


Каждый из входов принимает n_1, n_2, \dots, n_k значений



Рабочая площадка

- Для объяснения принципов работы алгоритмов смоделируем такую ситуацию:
- Будем тестировать пользовательский интерфейс системы WebMoney
- Самая частая операция-перевод средств с одного кошелька на другой
- Выберем самые «важные» факторы, которые влияют на этот сценарий: объём передаваемой суммы; необходимость конвертировать валюту; тип кошелька, с которого идёт платёж, способ аутентификации пользователя в системе WebMoney, браузер и операционная система



Рабочая площадка

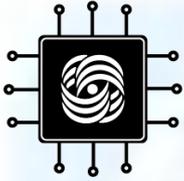
Возможные значения параметров:

Передаваемая сумма	Нужна ли конвертация валюты	Тип кошелька, с которого идет платеж	Браузер	Способ аутентификации	Операционная система
< 100 руб.	Не нужна	WMR рубли	Internet Explorer	Сертификат X.509	Windows XP
100 – 10000 руб.	Нужна	WMZ доллары	Mozilla Firefox	Enum-авторизация	Windows Vista
> 10000 руб.		WME евро	Opera	Логин и пароль	Debian Ubuntu
		WMU гривны	Google Chrome		Linux SUSE
					Linux RedHat



Рабочая площадка

- Нетрудно подсчитать, что полный перебор потребует $3*2*4*4*3*5 = 1440$ тестов



Рабочая площадка

- Это немного, но, например, выполнение их всех вручную потребует значительных затрат

Примерная оценка:

Время выполнения одного теста ~5 минут(убедиться, что деньги дошли)

Переключить параметры WebMoney(конвертация, кошелёк и т. д.) - мгновенно

Переключить браузер — 10 секунд

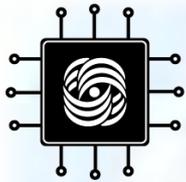
Перезагрузить системы — 2 минуты

Самый худший случай(при каждом тесте перезагружаем ОС) ~10080 минут = 168 часов = 7 дней

Самый лучший случай сократит это время примерно в 3 раза — до 2х дней

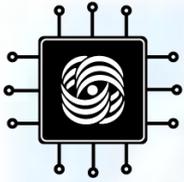
И это только наш «упрощённый» пример

Hint: как видно из примера, немаловажную роль играет **порядок**, в котором тестируются параметры



Рабочая площадка

- Значит, нам нужен алгоритм, который бы помог сократить пространство перебора
- *и не забывать про «правильный» порядок тестирования

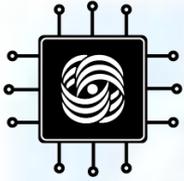


Рабочая площадка

- Классический случай: проверить простоту числа N .
- Решение «в лоб»: перебрать все числа до $N/2$.
- Математики же подсказывают нам, что достаточно перебрать все числа до \sqrt{N} (и, более того, пропускать все чётные). И, к тому же, в этой задаче важно направление обхода (с какого конца отрезка начинать обход).
- Подобной оптимизации мы хотим добиться и сейчас.

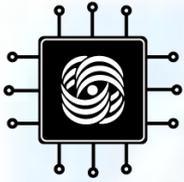


- Определения



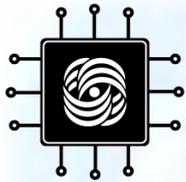
Основные определения

- *Покрывающий набор глубины t*
- Матрица из k столбцов
- В каждом столбце стоят значения соответствующего параметра
- Любая комбинация любых t факторов есть в этой матрице



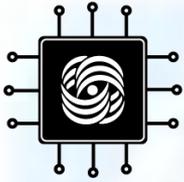
Основные определения

- *Конфигурация покрывающего набора*
- Набор чисел $(t; k, n_1, \dots, n_k)$
- Множество наборов с такой конфигурацией обозначим так:
- $CA(t; k, n_1, \dots, n_k)$



Основные определения

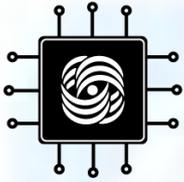
- *Размер набора*
- Это количество строк в матрице 😊



Основные определения

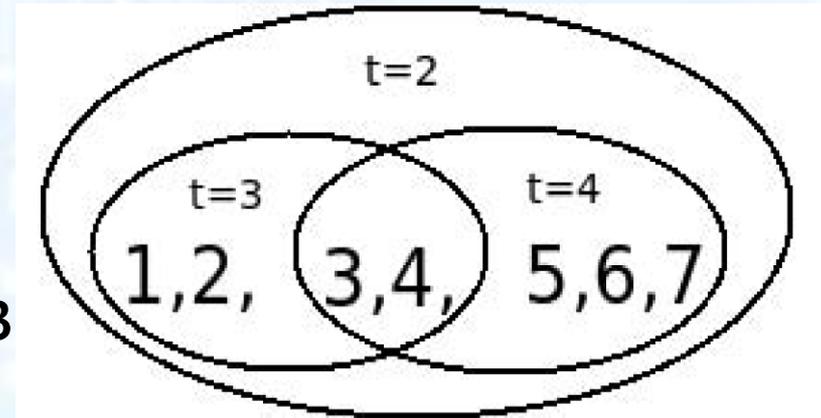
. $CAN(t; k, n_1, \dots, n_k)$ — размер минимального набора для данной конфигурации.

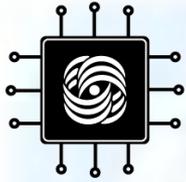
.Если $n_1 = n_2 = \dots = n_k$, то набор называется однородным



Основные определения

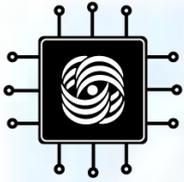
- *Набор переменной длины*
- Если в матрице есть комбинации размера t , $t-1, \dots, 2$. Причём комбинации могут быть не полностью покрывающими. Например, если мы имеем 7 факторов:
- Пары всех факторов
- Тройки 1-4 факторов
- Четвёрки 3-7 факторов





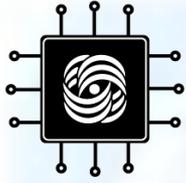
Классификация алгоритмов

- Комбинаторные(прямые)
- Рекурсивные
- Оптимизационные



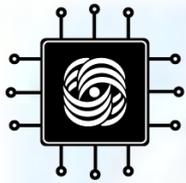
Классификация алгоритмов

- Какие параметры алгоритма особенно важны?
- Класс конфигураций наборов, которые можно получить с помощью рассматриваемого алгоритма
- Класс алгоритма
- Временная сложность
- Объем требуемой памяти



Обзор алгоритмов

- Булевский алгоритм



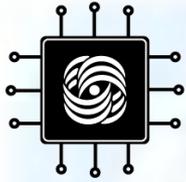
Обзор алгоритмов: булевский

- Тип: комбинаторный
- Получаемые наборы: $CA(2; k, 2)$
- Время: $O(k)$
- Память: $O(k \cdot \log_2 k)$

1. Выберем наименьшее N такое, что выполнено $k \leq C_{N-1}^{\lceil N/2 \rceil}$. Здесь $\lceil x \rceil$ – наименьшее целое число, большее или равное x , C_q^r – биномиальный коэффициент. Это число N равно размеру итогового набора.

2. Первую строку набора сделаем состоящей целиком из 0.

3. Оставшиеся $N - 1$ строк строятся по столбцам, в качестве этих столбцов берутся все возможные последовательности из $\lceil N/2 \rceil$ единиц и $\lceil N/2 \rceil - 1$ нулей.



Обзор алгоритмов: булевский

- Как он будет работать для нашего примера?

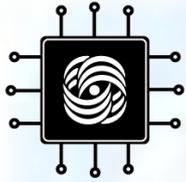


Обзор алгоритмов: булевский

- Итак, идём строго по алгоритму:
- $k=6$ (количество параметров)
- Далее, подбираем N для этого неравенства

$$k \leq C_{N-1}^{\lceil N/2 \rceil}$$

В данном случае $\min N=6$, т. е. в итоговой матрице будет 6 строк и 6 столбцов



Обзор алгоритмов: булевский

- Т.к. $N = 6$, то таблицу мы заполняем все возможными наборами из 3х единиц и 2х нулей



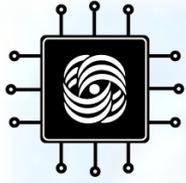
Обзор алгоритмов: булевский

0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	1
0	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1
1	1	1	1	1	0



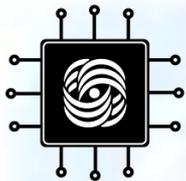
Обзор алгоритмов: булевский

- К сожалению, данный алгоритм работает только с бинарными параметрами (т.е. которые принимают всего 2 значения), поэтому для нашего примера его можно применить только если отбросить часть значений.



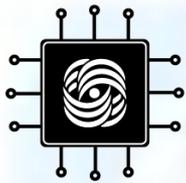
Обзор алгоритмов

- Мультипликативный алгоритм

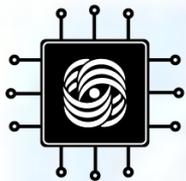


Обзор алгоритмов: мультипликативный

- Тип: рекурсивный
- Получаемые наборы: $SA(t; k, n_1 * n_2)$
- Время и память: $O(k(1 + N_1 + N_2))$, где N_1 и N_2 число строк в первом и втором наборах, соответственно



1. Пусть есть два покрывающих набора A из $CA(t; k, n_1)$ и B из $CA(t; k, n_2)$.
2. Обозначим элементы двух этих наборов через a_{ij} и b_{lj} , – у этих наборов одинаковое число столбцов, и, возможно, разное число строк.
3. Любое число от 0 до $(n_1 \cdot n_2 - 1)$ можно однозначно представить в виде $n_2 \cdot i + m$, где i лежит от 0 до $(n_1 - 1)$, m – от 0 до $(n_2 - 1)$. Таким образом, можно однозначно установить соответствие между индексами строк таблицы получаемого набора и парами индексов строк двух исходных таблиц – (i, m) , где i – индекс строк первого набора, m – индекс строк второго набора.
4. Элементы этой таблицы могут быть построены по формуле $x_{(i,m)j} = n_2 \cdot a_{ij} + b_{mj}$.



Обзор алгоритмов: мультипликативный

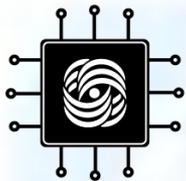
0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0

0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0
1	1	1	0	1	1



36

.



Обзор алгоритмов: мультипликативный

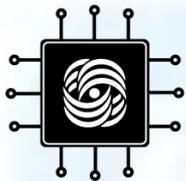
0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0

0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0
1	1	1	0	1	1



36

0	0	0	0	0	0
.



Обзор алгоритмов: мультипликативный

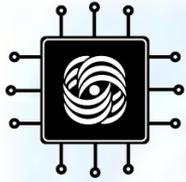
0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0

0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0
1	1	1	0	1	1



36

0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	2	2
.

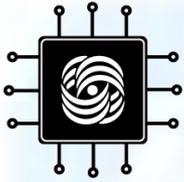


Обзор алгоритмов

- Это были одни из самых простых алгоритмов. В остальные сложно вникнуть за короткое время, и очень часто в них применяются зубодробительные теория групп\комбинаторика\математический анализ, поэтому далее будет приведена небольшая сводная таблица.

Алгоритм	Область применения	Класс алгоритма	Временная сложность и затраты по памяти
Булевский	$(2; k, 2)$	Прямой	$O(k)$, Память: $k \log_2 k$
Аффинный	$(t; n+1, n)$, n – степень простого числа; $(3; 2k+2, 2k)$,	Прямой	$n^t + (n+1) \log_2(n+1) + O(\log_p^4 n)$ Память: $O(n) + O(\log_p^3 n)$
Действия групп	$(3; 2k, n+1)$, n – степень простого числа	Прямой	$O(2k((2k-1)(n^3-n) + n+1) + n^3)$ Память: $O(2k(2k-1) + n^4 - n^2)$
	$(2; 4, n)$, где $n \equiv 2 \pmod{4}$		$O(4(n+1)n)$, Память: $O(4(n+1) + n^2)$,
	$(2; 1, g)$, $(g, 1)$ -исходный вектор покрытия, $(2; 1+1, g)$, особый $(g, 1)$ -исходный вектор покрытия		$O(1(1(g-1)+1))$ Память: $O(1+(g-1)g)$
Умножение	$(t; k, n_1 n_2)$ из $(t; k, n_1)$ и $(t; k, n_2)$, N_1, N_2 – число строк в исходных наборах	Рекурсивный	$O(k(1 + N_1 + N_2))$ Память: $O(k(1 + N_1 + N_2))$
Однородный, рекурсивный, $t=2$	$(2; k_1 n^r + r k_1 n^{r-1} + k_2 n^r, n)$, $r \geq 1$, n – степень простого числа	Рекурсивный	$O(\sum_{i=1}^r ((N + i(n^2 - n))(k_1 n^i + i k_1 n^i + k_2 n^i)))$ Память: $O((N + (r-1)(n^2 - n))(k_1 n^{r-1} + (r-1)k_1 n^{r-2} + k_2 n^{r-1}) + (n+1)n^2)$
	$(2; n(k_1 + k_2)D_{r+1,n} + k_1 D_{r,n}, n)$, $r \geq 1$, n – степень простого числа, $D_{r,t} = \sum_{i=1}^{\lfloor (r+1)/2 \rfloor} C_{i-1}^{r-i} t^{r-i}$		$O(\sum_{i=1}^r ((N + i(n^2 - n))(n(k_1 + k_2)D_{i+1,n} + k_1 D_{i,n}) + \sum_{i=1}^{r-1} (n^2(n(k_1 + k_2)D_{i,n} + k_1 D_{i-1,n}))))$ Память: $O((N + (r-1)(n^2 - n))(n(k_1 + k_2)D_{r,n} + k_1 D_{r-1,n}) + (n+1)n^2)$
Ordered design	$(3; n+1, n+1)$ из $OD(3, n+1, n+1)$ и $(3; n+1, 2)$ размера N , n – степень простого числа	Рекурсивный	$O((n^3 - n + Nn(n+1)/2(n^2 - 1))(n+1))$ Память: $O((n^3 - n + N)(n+1))$
Семейство совершенных хэш-функций	$(t; k^{2^p}, n)$ из $(t; k, n)$ размера N , $\text{НОД}((t-1)t/2, k)=1$ $(3; (2v-1)^{2^j}, v)$, $v \equiv 0, 1 \pmod{3}$, $(3; (2v-3)^{2^j}, v)$, $v \equiv 2 \pmod{3}$, $v > 2$, $q \geq v-1$ – степень простого числа, j – любое целое	Рекурсивный	$O(k^p((t-1)t/2 + 1) + k^{2^p}((t-1)t/2 + 1)^p N)$ Память: $O(k^p((t-1)t/2 + 1 + N))$
	$(t; k, n)$ из РНФ $(N_1, t; k, m)$ и $(t; m, n)$ размера N_2		$O(N_1 N_2 k)$ Память: $O(N_1 k + N_2 m)$
Теорема Roux	$(3; 2k, n)$ из $(3; k, n)$ и $(2; k, n)(t; 2k, n)$ из $(t; k, n), \dots, (t-2; k, n)$, $t \geq 4$	Рекурсивный	$O(2N_{t_{\max}} k(n + N_{t_{\max}}(t-3)))$ Память: $O(2kN_{t_{\max}}^2)$, $N_{t_{\max}}$ – число строк в наибольшем исходном наборе
ПРО для наборов	Любые конфигурации, для которых нет более эффективных методов. Дополнение $(t; k, n)$ до $(t; k+p, n)$, где $p > 0$	Жадный	$O(n^{2t} \log^2(n^t C_t^k) / n^{t-1} C_t^k + n^{2t} \log(n^t C_t^k) C_t^k)$ Память: $O(n^{t+1} \log(n^t C_t^k) + n^t C_{t-1}^{k-1})$

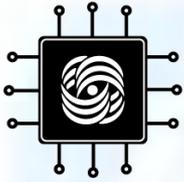
Алгоритм	Область применения	Класс алгоритма	Временная сложность и затраты по памяти
Выбрасывание лишних значений	Необходимы дальнейшие исследования.	Редуцирующий	Зависит от размеров исходного набора
Двойная проекция	$(2; n+1+t, (n - t^{n+1}, s^t),$ n – степень простого числа, $1 \leq t \leq n$ и $1 \leq s \leq n - t$	Редуцирующий	$O(N(k+1))$ Память: $O(Nk)$
Комбинирование блоков	$(2; k, n_1 \dots n_k)$ и $k > \max(n_1 \dots n_k)$ Необходимы дальнейшие исследования.	Рекурсивный	$O(n^2 + k \log_2 k)$, Память: $O(n^2(n+1) + k(\lceil \log_{n+1} k \rceil (n^2 - 1) + 1))$, где $n \geq d$ и $n = p^m$, p – простое число, $k \geq 1$
Неоднородный, рекурсивный, $t=2$	$(2; l_1 + \dots + l_k, m_{1,1}, \dots, m_{1,l_1}, \dots,$ $m_{k,1}, \dots, m_{k,l_k})$, из $(2; k, v_1, \dots, v_k)$ с профилем (d_1, \dots, d_k) , и $(2; l_i, m_{i,1}, \dots, m_{i,l_i})$ с профилем $(f_{i,1}, \dots, f_{i,l_i})$, $i \in [1, k]$ и $m_{ij} \leq v_i, j \in [1, l_i]$	Рекурсивный	$(N + M)L + \sum_{i=1}^k (M_i l_i)$ Память: $(N + M)L + \max_{i=1}^k (M_i l_i)$, $M = \max_{i=1}^k (M_i - d_i)$, $L = \sum_{i=1}^k l_i$, где M_i – число строк в исходных наборах
ИРО	Дополнение $(t; k, n_1 \dots n_k)$ до $(t; k + p, m_1, \dots, m_{k+p})$, где $n_i \leq m_i$, $i \in [1, k], \exists j : j \in [1, k],$ $n_j < m_j$ и/или $p > 0$	Жадный	$O(tk^6 d^t (d^t + k + d^t k))$ Память: $O(d^t (k \log k + t C_{t-1}^{k-1}))$
Оптимизация исходного набора	Уменьшение строк в исходном наборе $(t; k, n_1 \dots n_k)$ размера N	Редуцирующий Оптимизационный	$O(N_e (M (C_t^k t N + Nk + N - 1) + 6k))$, M – число перезапусков для поиска улучшений. Память: $O(Nk + d^t)$



Обзор алгоритмов: плюсы и минусы

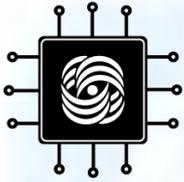
- Прямые:

- +Дают наборы, близкие к минимальным, за хорошее время
- Узкая область применения
- Нет возможности отсеивать строки набора



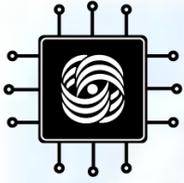
Обзор алгоритмов: плюсы и минусы

- Рекурсивные:
- Для особых классов конфигураций неплохо дополняют прямые, плюсы и минусы те же самые



Обзор алгоритмов: плюсы и минусы

- Жадные:
 - + Универсальны, поэтому используются в большинстве инструментов
 - + Возможность отсеивать строки наборов по ограничениям на возможные комбинации;
 - + Возможность применения их для построения наборов переменной глубины;
 - + Возможность расширять уже существующий тестовый набор.
 - - Обратная зависимость между близостью результирующего набора к минимальному и временем работы алгоритма



Спасибо за внимание!